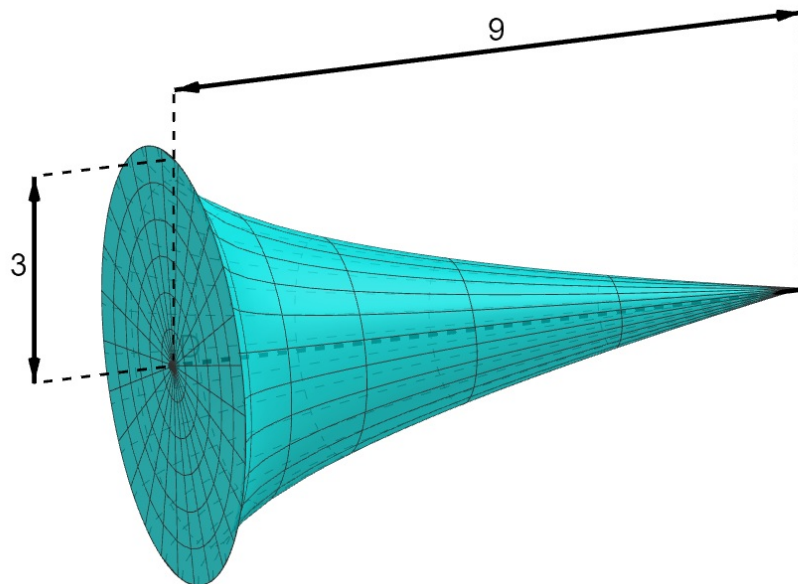
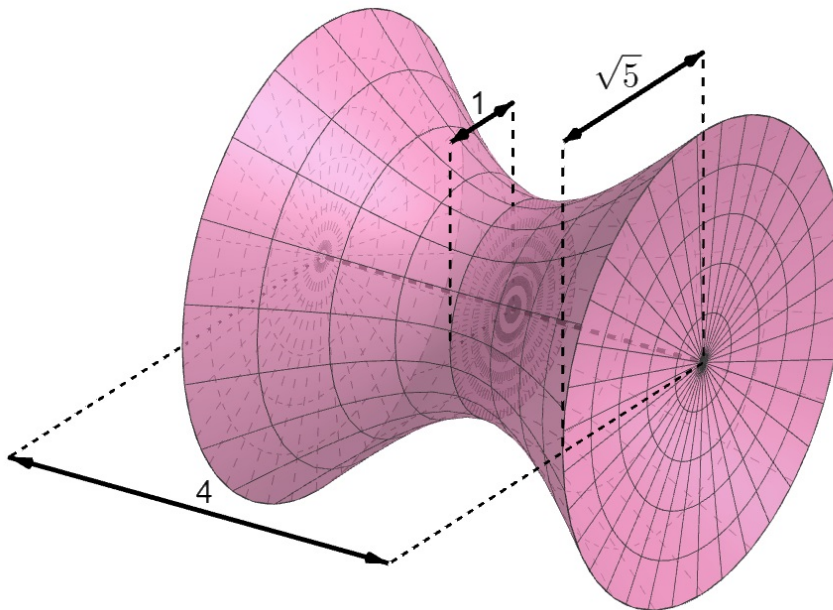


## 1 Objem rotačního tělesa

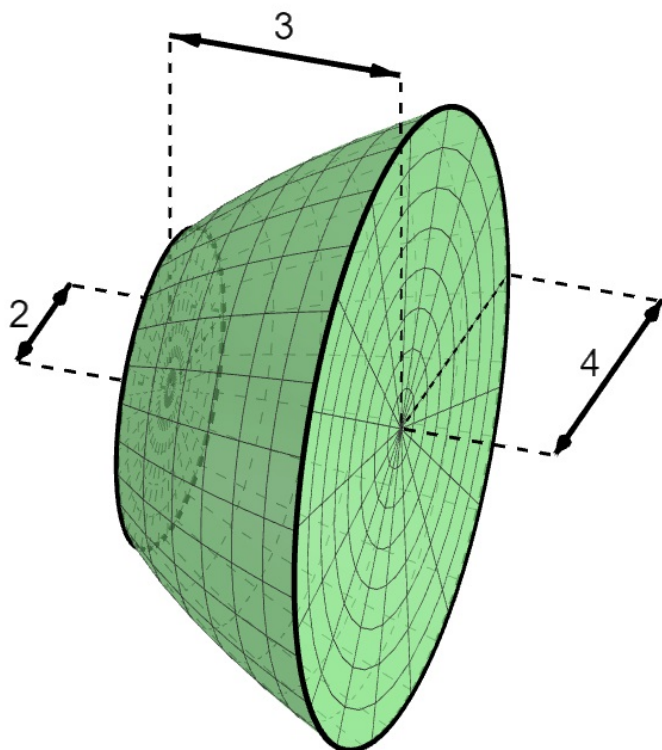
1) Vypočtete objem "parabolického kužele" o výšce 9, jehož podstavou je kruh o poloměru 3, přičemž křivky spojující jeho vrchol s hranicí podstavy mají tvar "základních" parabol  $y = x^2$ .



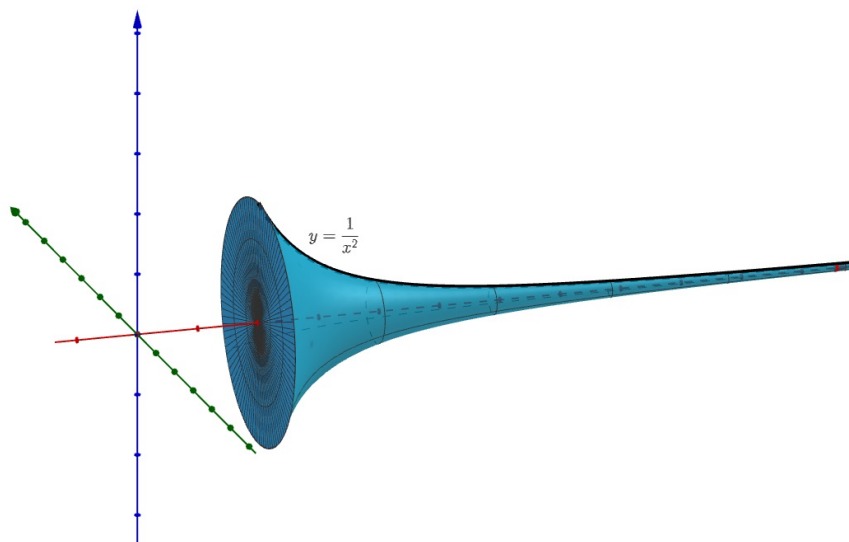
2) Vypočtete objem jednodílného rotačního hyperboloidu o výšce 4, jehož podstavami jsou kruhy o poloměru  $\sqrt{5}$  a průřezem rovinou kolmou na jeho osu procházející jeho středem je kruh o poloměru 1.



3) Vypočítejte objem komolého rotačního paraboloidu o výšce 3, jehož podstavami jsou kruhy o poloměrech 2 a 4.



4) Vypočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací plochy pod grafem funkce  $y = \frac{1}{x^2}$  na intervalu  $[1, +\infty)$  kolem osy  $x$ .



Výsledky: 1)  $\frac{27\pi}{2}$ , 2)  $\frac{23\pi}{3}$ , 3)  $30\pi$ , 4)  $\frac{\pi}{3}$

---

## 2 Diferenciální rovnice - separace proměnných

Řešte dané rovnice separací proměnných:

- 1) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = 6xy$$

splňující počáteční podmínku  $y(1) = 1$ .

- 2) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = 9x^2y - y$$

splňující počáteční podmínku  $y(2) = 1$ .

- 3) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = xe^{-2y}$$

splňující počáteční podmínku  $y(0) = 0$ .

- 4) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$5 \ln^4 y \cdot y' = xy e^{-x}$$

splňující počáteční podmínku  $y(-1) = 1$ .

- 5) Najděte řešení diferenciální rovnice

$$y' = y^2 \sin(3x)$$

splňující počáteční podmínku  $y(0) = 3$  včetně definičního oboru.

Výsledky: 1)  $y = e^{3x^2-3}$ , 2)  $y = e^{3x^3-x-22}$ , 3)  $y = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$ , 4)  $y = e^{\sqrt[5]{-e^{-x}(x+1)}}$ , 5)  $y = \frac{3}{\cos 3x}$  pro  $x \in (-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$