

Domácí cvičení 1

Vlastnosti funkcí, definiční obor a obor hodnot

27. 9. 2023

1) Určete definiční obor a obor hodnot následujících funkcí

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 5}$$

$$g(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{24x}{3x - 12}$$

$$h(x) = 5^{\frac{1+x}{1-x}}$$

2) Nakreslete graf daných funkcí a určete jejich obor hodnot. Dále rozhodněte, zda jsou omezené, prosté, spojité, diferencovatelné.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3 & x \in (-1, 2) \\ 2^{-x} & x \in [2, +\infty) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x} - 1 & x \in (-\infty, 4] \\ e^{4-x} - 2 & x \in (4, +\infty) \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 - x & x \in (-\infty, 1) \\ \ln x & x \in [1, +\infty) \end{cases}$$

Výsledky:

1) $D_f = [-1, 5], H_f = [0, 3];$

$D_g = (-\infty, 0) \cup (4, +\infty), H_g = \mathbb{R} \setminus \{-3\};$

$D_h = \mathbb{R} \setminus \{1\}, H_h = (0, +\infty) \setminus \{\frac{1}{5}\};$

2) Obor hodnot $H_f = [-4, \frac{1}{4}] \setminus \{0\}$; funkce je omezená, není prostá, v bodě $x = 2$ není spojitá a tedy ani diferencovatelná.

Obor hodnot $H_g = (-2, +\infty)$; funkce je zdola omezená, je prostá, v bodě $x = 4$ je spojitá, ale není diferencovatelná.

Obor hodnot $H_h = [-\frac{1}{4}, +\infty)$; funkce je zdola omezená, není prostá, v bodě $x = 1$ je spojitá i diferencovatelná.