

Domácí cvičení 2

Optimalizační úlohy, funkce jedné proměnné
11. 10. 2023

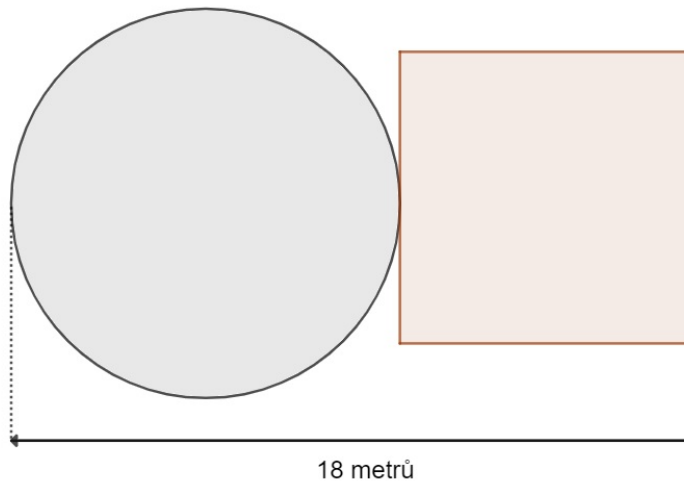
1) Upravte předpis dané funkce, určete její definiční obor a obor hodnot a zakreslete její graf.

$$f(x) = \left(\frac{3}{x+2} - \frac{6}{x+3} \right) : \left(1 - \frac{2}{x+3} \right)$$

$$g(x) = \left(1 - \frac{1}{3-x} \right) : \frac{2-x}{3x^2 - 24x + 45}$$

$$h(x) = \frac{\frac{x^2+8x-9}{x^2-2x+1} - \frac{x^2-x-20}{x^2+3x-4}}{\frac{x^2-2x-24}{x^2-7x+6} - \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}}$$

2) Zahradní architekt navrhl záhon ve tvaru kruhu a čtverce na délce 18 metrů v bezprostřední blízkosti vedle sebe tak, že strana čtverce je tečnou dané kružnice (a jejich středy leží na téže kolmici ke straně čtverce). Jak má volit stranu čtverce a poloměr kružnice, aby takto navržený záhon měl minimální plošný obsah?



3) Určete rozměry obdélníku o obvodu 40 metrů tak, aby byla délka jeho úhlopříčky minimální.

4) Navrhněte rozměry otevřeného bazénu se čtvercovým dnem o objemu 32 m^3 tak, abychom na jeho vyzdění spotřebovali minimum materiálu.

5) Do elipsy $4x^2 + 9y^2 = 36$ vepište obdélník maximálního obsahu. Určete jeho rozměry.

Výsledky:

- 1) $f(x) = -\frac{3}{x+2}$, grafem funkce je hyperbola, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; -1\}$, $H_f = \mathbb{R} \setminus \{3; 0; -3\}$;
 $g(x) = -3x + 15$, grafem funkce je přímka, $D_g = \mathbb{R} \setminus \{2; 3; 5\}$, $H_g = \mathbb{R} \setminus \{9; 6; 0\}$;
 $h(x) = 7$, konstantní funkce, grafem je přímka, $D_h = \mathbb{R} \setminus \{-4; 1; 2; 6\}$, $H_h = \{7\}$;
- 2) Obsah záhonu bude minimální v případě, když kruhový záhon bude mít poloměr $\frac{36}{4+\pi}$ metrů.
- 3) Délka úhlopříčky bude minimální pro čtverec o straně 10 metrů.
- 4) Bazén by měl mít hloubku 2 metry a čtvercové dno o straně 4 metry.
- 5) Obdélník maximálního obsahu má rozměry $a = 3\sqrt{2}$ a $b = 2\sqrt{2}$.