

Zkouškový test
Matematika pro geoinformatiky
1. termín, 15. 1. 2024

1) Popište vrstevnicový graf funkce

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 - y}$$

a zakreslete vrstevnice v řezu rovinou $z = c$ pro $c \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

2) Určete řešení diferenciální rovnice

$$y' = y^2 - y$$

splňující počáteční podmínku a) $y(0) = \frac{1}{2}$, b) $y(0) = 1$ a proveďte zkoušku. Řešení načrtněte.

3) Určete matici osově souměrnosti podle osy $y = 3x$.

4) Pomocí metody nejmenších čtverců nalezněte z naměřených hodnot

x	0	1	2	3
y	0	-1	0	-2

a) lineární aproximaci $y = ax + b$

b) kvadratickou aproximaci $y = ax^2 + bx + c$

5) Zakreslete a popište rovinou křivku $\varphi : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ danou předpisem

$$\varphi(t) = (5 \cos t + 3 \sin t, 3 \cos t + 5 \sin t)$$

a vypočtete obsah rovinného obrazce omezeného touto křivkou.

6) V Gaussově rovině zakreslete všechna komplexní čísla $z \in \mathbb{C}$ splňující podmínku

$$||z - 1| - |z - 3|| = 2$$

a určete takové komplexní číslo, jehož argumentem je a) 0, b) $\frac{\pi}{2}$, c) $\frac{3\pi}{4}$.

7) Určete singulární rozklad matice

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

8) Zakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{xy}{1 - x^2 - y^2}}$$

Bonusový příklad Najděte chybu ve výpočtu determinantu a opravte ji.

$$\begin{vmatrix} 3 & 19 & 14 & 7 \\ 0 & 0 & 5 & 24 \\ 0 & 1 & 4 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 19 & 14 & 7 \\ 0 & 1 & 4 & 30 \\ 0 & 0 & 5 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 2 = 30$$